Задача 4: $\left|\frac{x^3+(x-2)^2-(x^2-2)x-12}{4-x}\right| = a^2+2$ (3 стр.)

$\Leftrightarrow$

$\left|\frac{x^3+x^2-4x+4-x^3+2x-12}{4-x}\right| = \left|\frac{x^2-2x-8}{4-x}\right| =$

$= \left|\frac{(x+2)(x-4)}{(4-x)}\right| = |(-x-2)|$ (при $x \neq 4$)

$\hookrightarrow |-x-2| =$

1) $|x|+2 = a^2+2$, если $x \geq 0 \rightarrow |x| = a^2$;

2) $|x|-2 = a^2+2$, если $x<0 \rightarrow |x| = a^2+4$, $|x|>2$, $x = -(a^2+4)$

3) $2-|x| = a^2+2$, если $x<0 \rightarrow$ нет реш, $a \geq 0$. $|x|<2$ только если $a=0$, $|x|=0$, $x=0$, противор. усл.

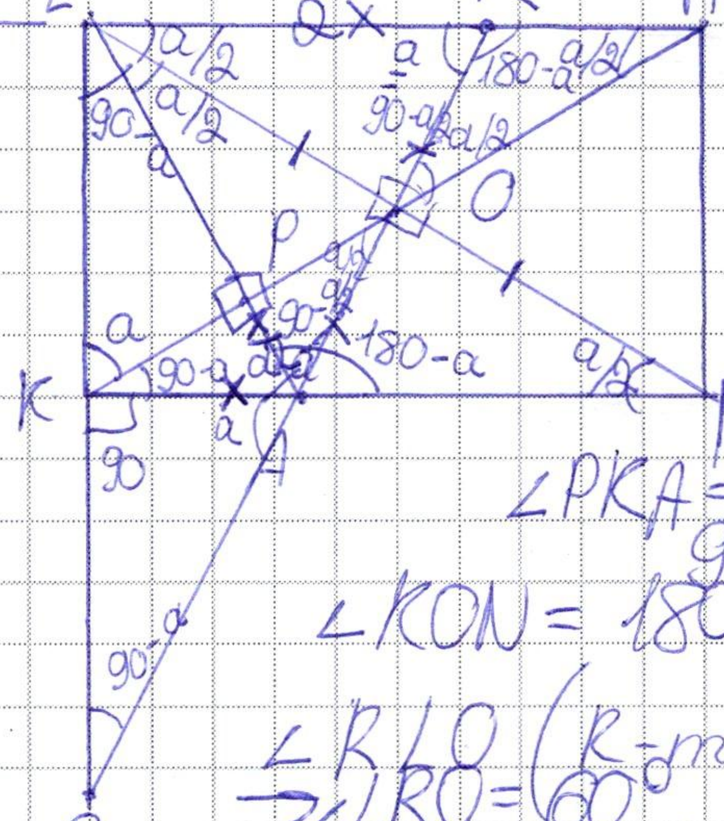
Тогда a^2 д.б. такой, чтобы

~~a^2+4 был ≤ 0 (невозм.) или же $x=4$~~

a^2-4 был ≤ 0, т.е. $|a| \leq \sqrt{4}$, неотр. 4 подст. для $x \rightarrow$

(Ответ: $0<a<2$; $-2<a<0$)

Задача 5:



1) Обозн. $\angle LKP$ за a, тогда $\angle KLP = 90-a$; $\angle PKA = 90-a$ ($\angle LKA = 90°$ по усл.), $\angle PAK = a$; $\angle LAN$ вн. р. с $\angle AK = 180-a$, $AL = AN \rightarrow \triangle ALN = \angle LNA = a/2$, O - сер. LN ($KLMN$ - прямоуг.) $\rightarrow AO \perp LN \rightarrow \angle LAO = 90-a/2$

~~$\angle KON = \angle KOM = 18$~~

$\angle PKA = \angle ONK$ ($\triangle KON$ - р/б); $\rightarrow$

$90-a = a \rightarrow a = 60°$;

$\angle KON = 180-60 = 120° = \angle LOM$ (верт.),

$\angle RLO$ (R - т. пер.) $= a/2 = 30°$; $\angle ROL = 90° \rightarrow$

$\rightarrow \angle LRO = 60°$.

2) Значит, $AK = x$, $AP = \frac{x}{2}$ (по св. 90°, 60°, 30°),

$KO = OA = 2 \cdot \frac{x}{2} = x \rightarrow LR = AN$ ($\triangle LRO = \angle AON$) $= 2 \cdot x = 2x \rightarrow \frac{AK}{AN} = \frac{1}{2}$. Ответ: 1:2

3) $\angle AKS = 90°$, $\angle KAS = 180° - (60°+60°) = 60° \rightarrow \angle KSA = 30°$.

По подобию $\triangle LKS \sim \triangle KAS$ ($LR \parallel KA \Rightarrow \angle L = \angle K$, $\angle R = \angle A$)

$\frac{SK}{KL} = \frac{AS}{AR} = \frac{x \cdot 2}{(x+x)}$ (т.к. $\angle KAS = 60°$, AS - иссот.) $= 1$, $AN = 2x \rightarrow$

$\rightarrow SL = \frac{2x \cdot \sqrt{3}2}{2} = \sqrt{3}x \cdot 2 = 2\sqrt{3}x \rightarrow \frac{SL}{LA} = \frac{2\sqrt{3}x}{2x} = \sqrt{3}$.

Ответ: $\sqrt{3}:1$.

olymp.bmstu.ru

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Схема заполнения

Для билета

Вариант задания 2

Лист работы 1 из 2

1 стр

Задача 1: Обозначим Ф Маши, Кирилла и Артура за М, К, А соотв. Тогда:

$M+K=\frac{1}{10}\frac{\text{Ф общ. корз.}}{\text{мин}}$; $K+A=\frac{1}{15}\frac{\text{Ф общ. корз.}}{\text{мин}}$; $M+A=\frac{1}{18}\frac{\text{Ф общ. корз.}}{\text{мин}}$.

Тогда $M+K+A=\frac{1}{10}+\frac{1}{15}+\frac{1}{18}$ (Ф общ. к/мин) $=\frac{20}{180}=\frac{1}{9}$ к./мин.

Следов.: $\frac{2}{\frac{1}{9}\text{Ф общ}}=2\cdot 9=18$ (мин).

Ответ: за 18 минут = $\frac{3}{10}$ к (0,3 к).

Задача 2: $(y-1)(4x+8)=3x^2-x-14 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (y-1)\cdot 4(x+2)=3x^2-x-14$.

Разложим $3x^2-x-14$ на множители, приравняв многочлен к нулю.

$3x^2-x-14=3\left(x-\frac{14}{6}\right)(x+2)=(3x-7)(x+2)\rightarrow$

$\rightarrow 4(y-1)(x+2)=(3x-7)(x+2)$, если $x\neq 2$, то

$4y-4=3x-7 \Rightarrow y=\frac{3x-3}{4}\rightarrow 3x\underset{4}{\equiv}3, (3,4)=1\rightarrow$

$x\underset{4}{\equiv}1$

Аналогично:

$x=\frac{4y+3}{3}\rightarrow y\underset{3}{\equiv}0$, т.к $(4,3)=1$.

Тогда, если $y=3k$, то $x=4k+1$, где $k\in Z$. Докажем, что все знач. этого вида применимы.

$(3k-1)(16k+12)=$ ~~$48k^2-\ldots$~~

$=3(16k^2+8k+1)-4k-1-14=$

$=48k^2+20k-12$, первая часть (левая только рабна этому

(продолжение на 3й странице)

Можно использовать оборот листа для записи решений

Задача 6. 1) Найдём max базы S. 

4 стр.

→ Обозначим за a длину одной бок. ст. → $h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$; $\ell_1 = \ell_2 = 1a$ → $S = \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}a\cdot(6-2a+(6-2a+a)) = \frac{\sqrt{3}a}{4}(12-3a)$, найдём наиб зн. S дост. при

$\frac{\sqrt{3}a}{4} = 12-3a \to \frac{12a+\sqrt{3}a}{4} = 12$

$a = \frac{12\cdot 4}{(12+\sqrt{3})} = \frac{48}{(12+\sqrt{3})}$

$S = \frac{\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{48}{(12+\sqrt{3})}\left(12-\frac{144}{(12+\sqrt{3})}\right) = \left(\frac{\sqrt{3}}{12+\sqrt{3}}\right)\left(\frac{144+12\sqrt{3}-144}{12+\sqrt{3}}\right) = \frac{36}{12+\sqrt{3}}$,

Отн. б: $12+6\sqrt{3} > 48 \to a<6$, нетрудот-р.

метод Штурма:

т.к. $ab \geq (a+k)(b-k) = ab+k(b-a)+k^2 = ab+k(b-a+k)$, $(a \geq b)$

т.к по методу k „управл." a и b сближаясь, оно $\geq$ исх р-нию.

2) $\frac{\sqrt{3}}{4}a = 12-3a \to \frac{12+\sqrt{3}a}{4} = 12 \to \frac{9}{\sqrt{3}} = a$

$\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{9}{\sqrt{3}}\left(12-\frac{3\cdot 9}{\sqrt{3}}\right) = \frac{9}{4}\left(12-\frac{27}{\sqrt{3}}\right) = \frac{9}{4}\left(\frac{12\sqrt{3}-27}{\sqrt{3}}\right) = \frac{9}{4}\sqrt{3}$ → тр. на ед. денег.

~~точность~~ $1м^2 = \frac{9\sqrt{3}}{20}$ ед.

2) $\frac{6\pi}{3\sqrt{3}\pi} \to \left(\frac{3}{\sqrt{3}\sqrt{\pi}}\right)^2 \pi = \frac{9\pi}{3\pi} = 3\sqrt{3} = \left(\frac{6\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{36\sqrt{3}}{9} = 4\sqrt{3}$.

36 – квадрат, $\sqrt{3}$ – ~~ст. одна~~ кол-во $м^2$ на ед. денег

В) Площ. круг: $\left(\frac{6\sqrt{\pi}}{\sqrt{3}\cdot 2\sqrt{\pi}}\right)^2\cdot\pi = \left(\frac{3}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{\pi}}\right)^2\cdot\pi = \frac{9}{3\sqrt{3}\pi}\cdot\pi =$

$= 3\sqrt{3}$ → ~~ст~~ $м^2$ на ед. денег. $\frac{9}{\sqrt{3}\cdot 7}$

Расставим ст. по убыванию: для этого:

$\frac{9\sqrt{3}}{420} \cup \frac{3\sqrt{3}}{7} \cup \sqrt{3}$

$\frac{9\sqrt{3}}{420} \leq \frac{60\sqrt{3}}{7} \leq 20\sqrt{3}$ → За 1 кв.: $40\sqrt{3}$ + 40р.

За 4 тр.: $9\sqrt{3}$ + 20р.

За 1 кк.: $12\sqrt{3}$ + 7р.

N пр ст. = 95р. 616 Σ → ост 39

Получили нос с помощью кк: хватит (ст отр дом) $+4\cdot 12 = 48\sqrt{3} \to > 100\sqrt{3}$, получено

olymp.bmstu.ru

Вогр. Тогда утв. док.

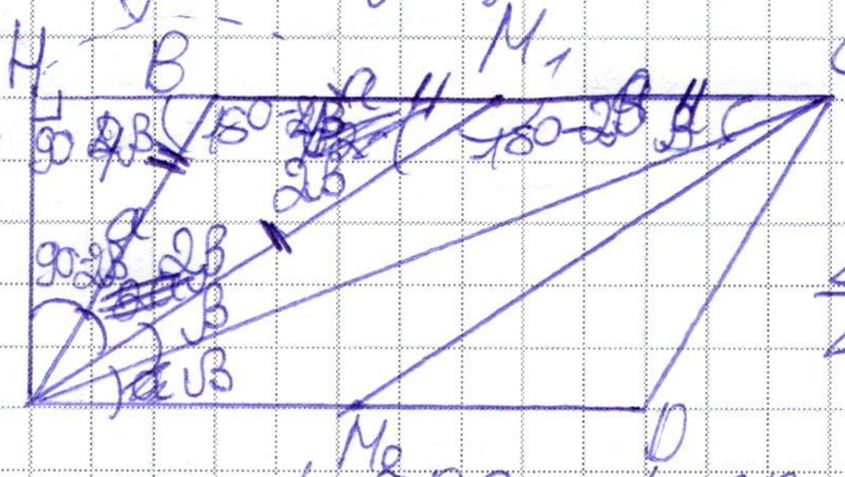
2 стр

Ответ: $(x,y) = (4k+1; 3k)$, где k - чётное

(По ИДЗ: $x=2$ недопустимо, $2 \neq 4k+1$, т.к. $1 \nmid 4$.

$y=1$ недопустимо, $1 \neq 3k$, т.к. $1 \nmid 3$.)

Задача 3.



$\frac{AB}{BC} = \frac{1}{2} = \frac{\alpha}{2\alpha}$ ← обозн. за α

$\frac{\angle BCA}{\angle ACD} = \frac{1\alpha}{3\alpha} = \frac{1}{3}$ ← обозн. за α.

1) Заметим, что $h_{BC} < h_{AB}$ т.к. $S = h_{BC} \cdot BC = h_{AB} \cdot AB \Rightarrow$

$\frac{h_{BC}}{h_{AB}} = \frac{AB}{BC}$, $AB < BC$. Будем исх. этувелс.

2) Проведем медиану AM_1 в $\triangle ABC$. Тогда $AB = BM_1 \rightarrow \angle ABM_1$ - р/б, тогда $\angle BAM_1 = 2\beta = \angle BM_1A$. $\angle M_1AC = 3\beta - 2\beta = \beta = \angle M_1CA$ (по обозн.) $\rightarrow \triangle AM_1C$ - р/б, $M_1C = AM_1 \rightarrow AM_1 = M_1C = BM_1 = AB \Rightarrow$

$\Rightarrow 180 - 4\beta = 2\beta$; $\beta = 30°$. Тогда $\angle HBA$ в вн. тр. $= 120°$.

(пошагово sin высчитаем AH: $AH = AB \cdot \sin(180° - 120°) = \frac{AB \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}a}{2} \rightarrow 10\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}2a^2}{2} \rightarrow a^2 = 20 \rightarrow a = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{10}}$; $AH = 2\sqrt{5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{15}$. $\frac{\sqrt{10} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{30}}{2}$

Другим сп.: по $\triangle ABC$: $\frac{1}{2}S = \frac{a \cdot 2a \cdot \sin 60°}{2} = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{2} \rightarrow$

$\rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{S}{2} / \frac{S}{\sqrt{2} \cdot \sin 60°} \cdot \frac{1}{2} = \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{3}} =$

$= \sqrt{15} \cdot \frac{\sqrt{30}}{2}$

Ответ: $\sqrt{15} \cdot \frac{\sqrt{30}}{2}$